

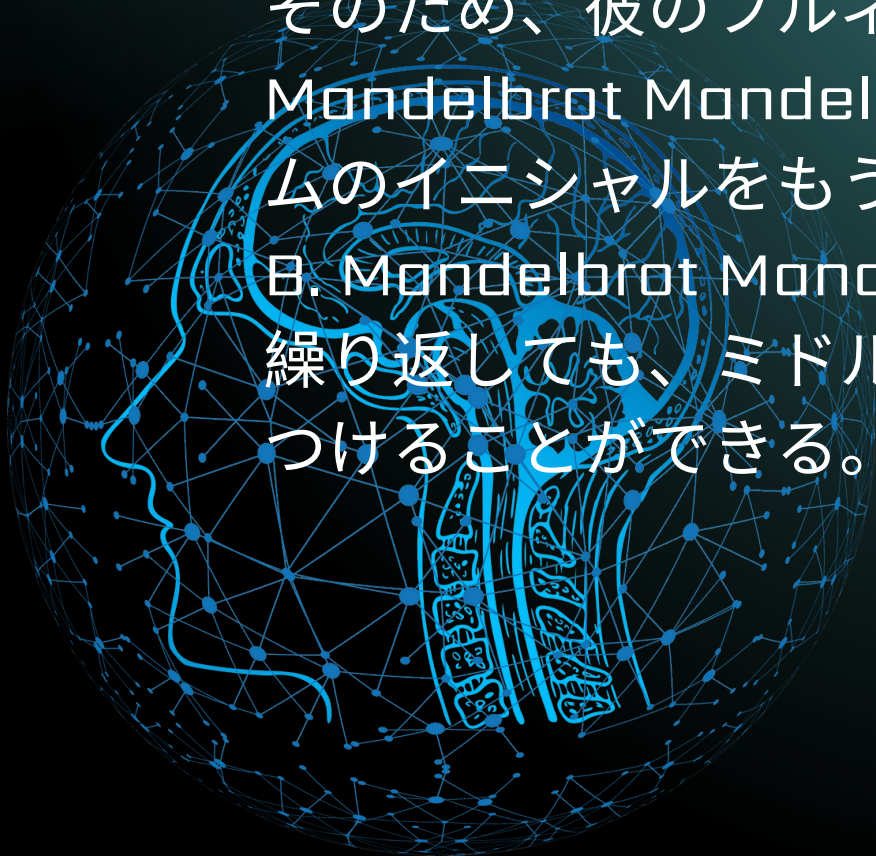
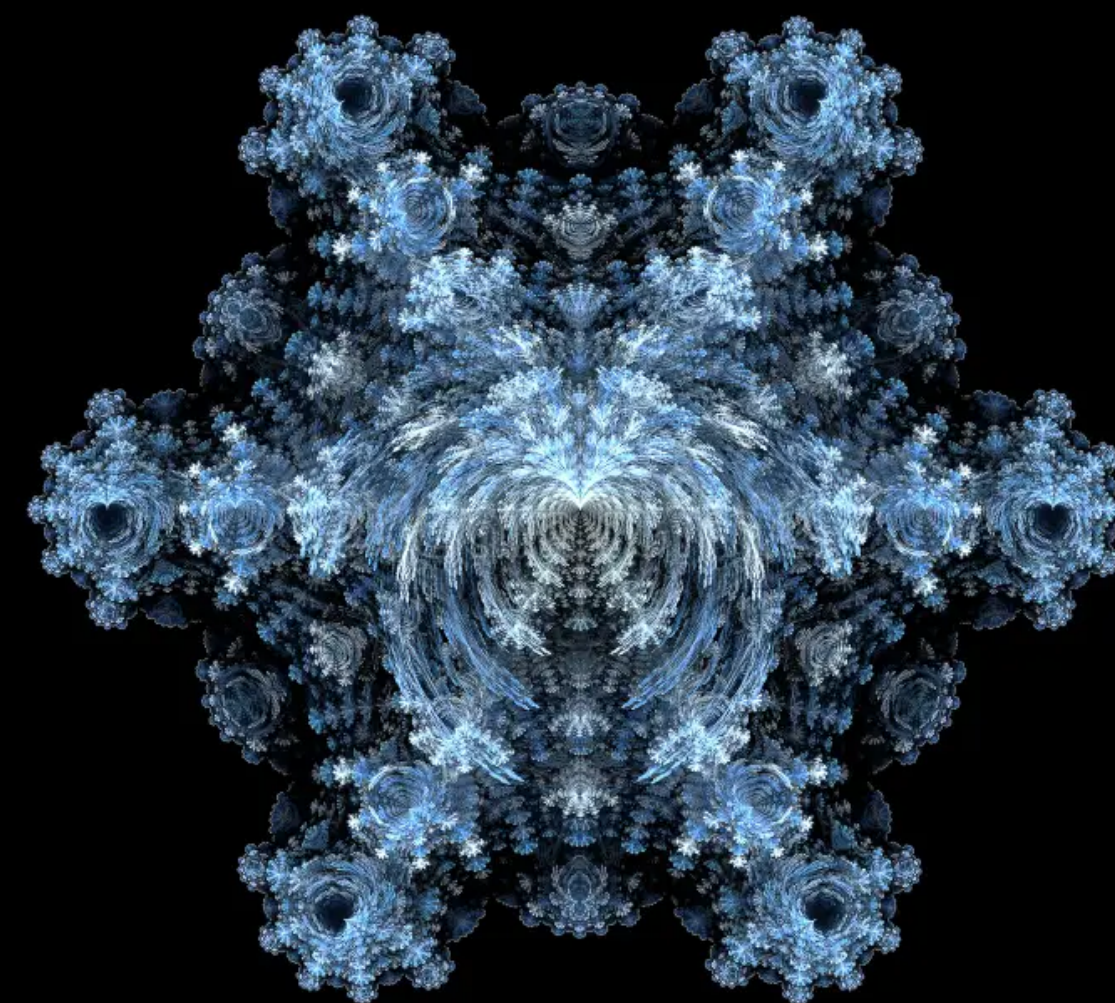
Sci-up.v7

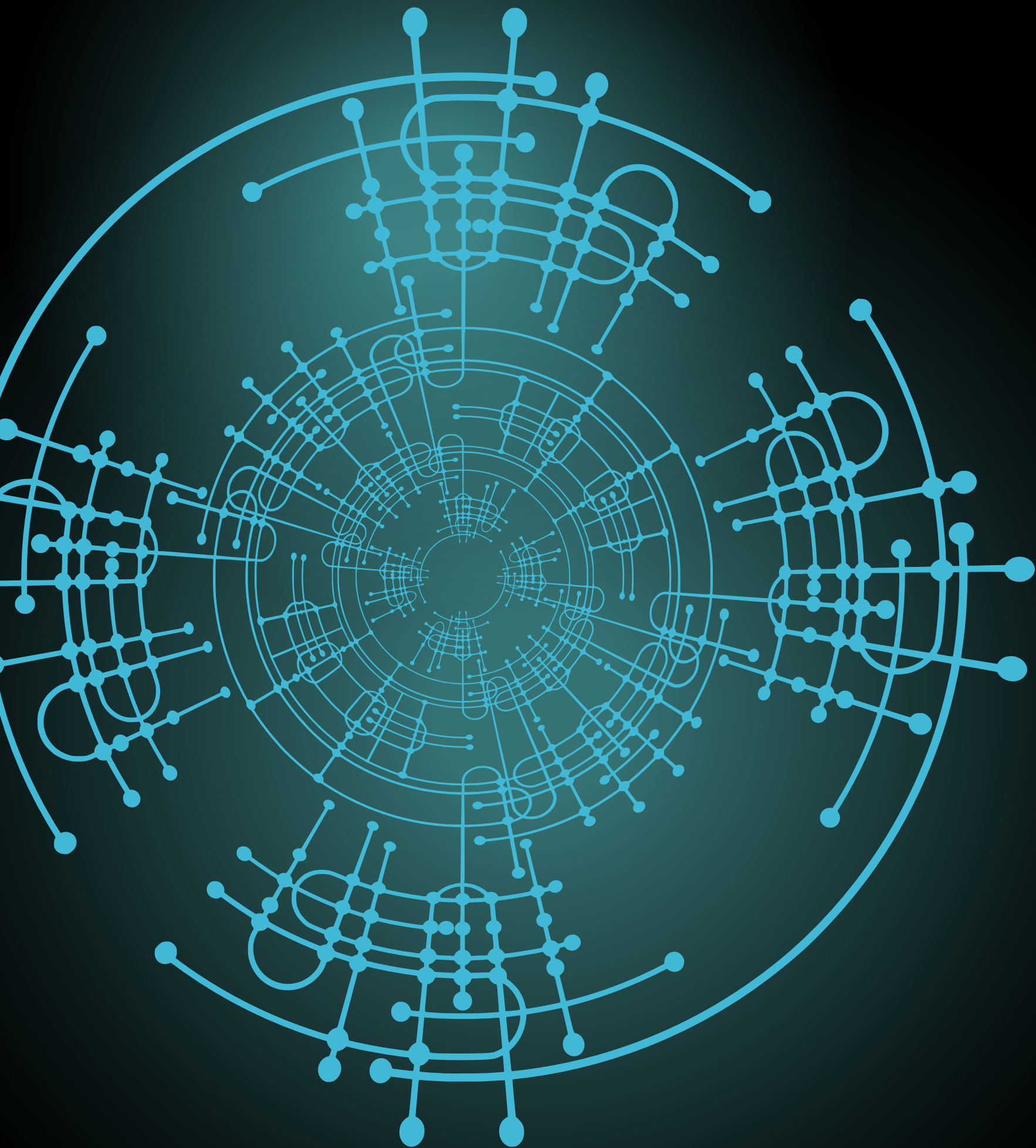
「フラクタル」についての科学的な見解について

ポーランド系フランス系アメリカ人の数学者、ブノワ・
日・マンデルブロは1975年の著書で、従来の幾何学の境
界を越える、粗く断片的な形状の集合を表す用語として
「フラクタル」を考案した。また、数学者たちは19世紀
後半からこの種の形状を記述しており、マンデルブロは
ラテン語で「壊れた」を意味する「fractus」に由来す
る名前を与えることで、フラクタルに価値を与える。彼
はフラクタルを測定・分析する方法を考案し、名前によ
って複雑さの中に秩序を見出した。

フラクタルについて何か知っているなら、おそらく次のことを知っているでしょう。フラクタルの特徴は自己相似性で、どれだけズームインまたはズームアウトしても、似たようなパターンが見つかる。雪の結晶を例に挙げることができる。結晶の全体的な形状は、雪の結晶が枝分かれするにつれて、どんどん小さなスケールで繰り返される。(ただし、雪の結晶やその他の自然の形状は、分子や原子のレベルでパターンが崩壊するため、「フラクタルのような」ものとは考えられていない。) この自己相似性に倣って、マンデルブロは、ミドルネームのイニシャル B は

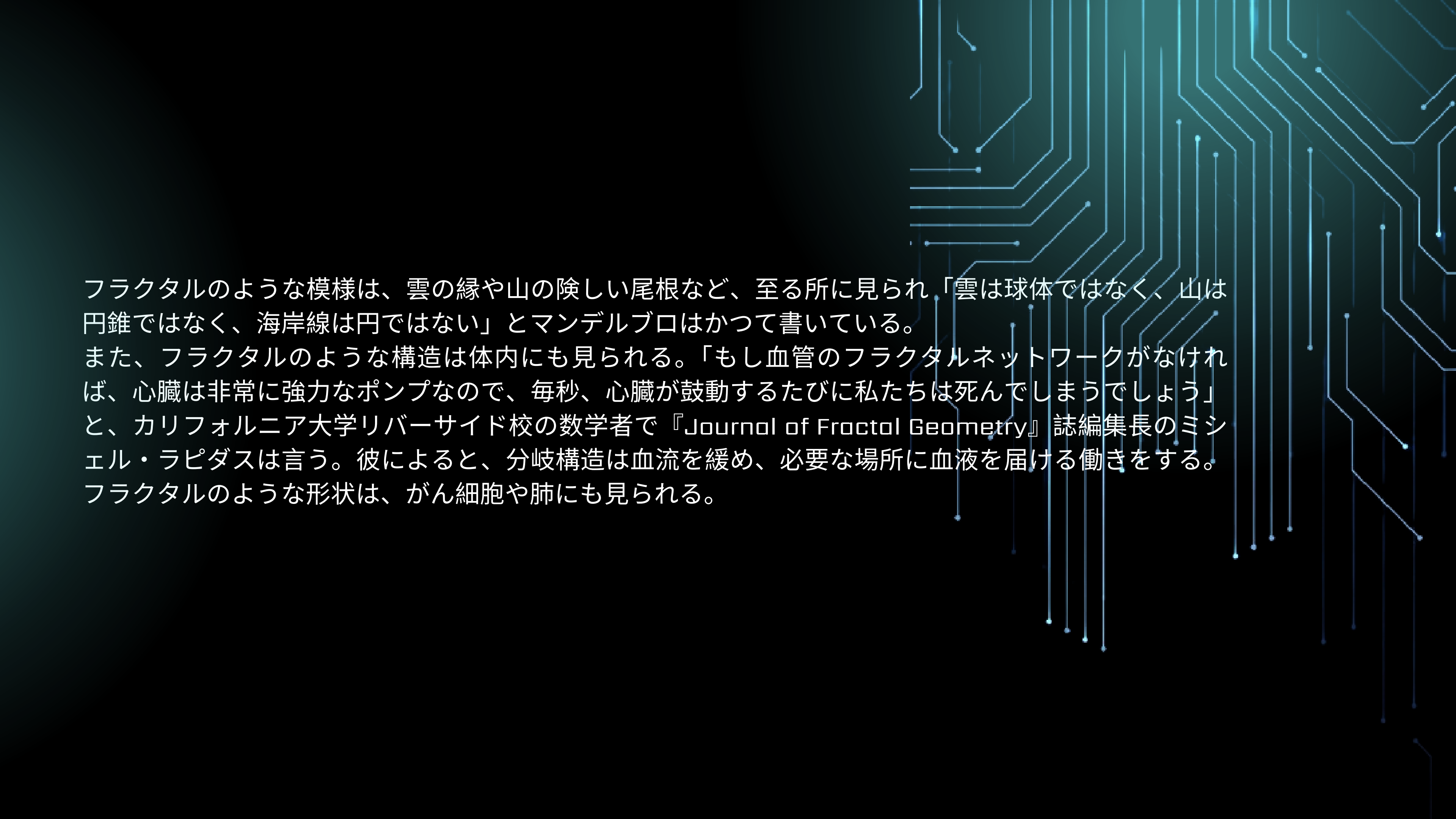
「Benoit B. Mandelbrot」の略であるとよく言っていた。そのため、彼のフルネームは「Benoit Benoit B. Mandelbrot Mandelbrot」になる。そして、ミドルネームのイニシャルをもう一度綴ると「Benoit Benoit Benoit B. Mandelbrot Mandelbrot Mandelbrot」になり。何度繰り返しても、ミドルネームのイニシャルの背後に彼を見つけることができる。





「隆起した突起のある緑色の円錐の集まり。
フラクタルは、粗い線、ギザギザの形、多孔質の立体など、様々な形を取り、ラクタルは、私たちが普段「次元」と呼んでいる概念を覆す特徴を持っている。次元とは、ある点を特定するために必要な座標の最小数と簡単に定義され、直線は1次元、円の内側の領域は2次元、球の内部空間は3次元だ。
マンデルブロは、曲線領域やその他の形状の粗さを特徴付けるフラクタル次元の数学的定義を提示した。例えば、コッホ・スノーflakeと呼ばれる形状のフラクタル次元は約1.2619となる。





フラクタルのような模様は、雲の縁や山の険しい尾根など、至る所に見られ「雲は球体ではなく、山は円錐ではなく、海岸線は円ではない」とマンデルブロはかつて書いている。

また、フラクタルのような構造は体内にも見られる。「もし血管のフラクタルネットワークがなければ、心臓は非常に強力なポンプなので、毎秒、心臓が鼓動するたびに私たちは死んでしまうでしょう」と、カリフォルニア大学リバーサイド校の数学者で『Journal of Fractal Geometry』誌編集長のミシェル・ラピダスは言う。彼によると、分岐構造は血流を緩め、必要な場所に血液を届ける働きをする。

フラクタルのような形状は、がん細胞や肺にも見られる。

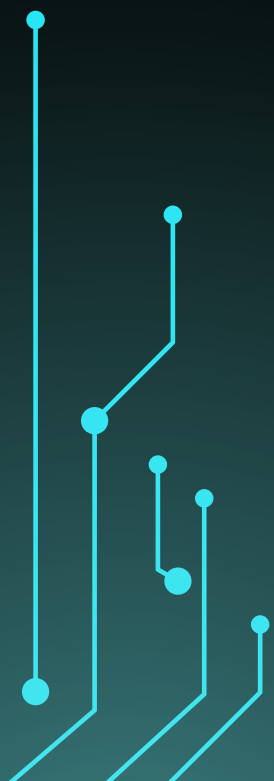
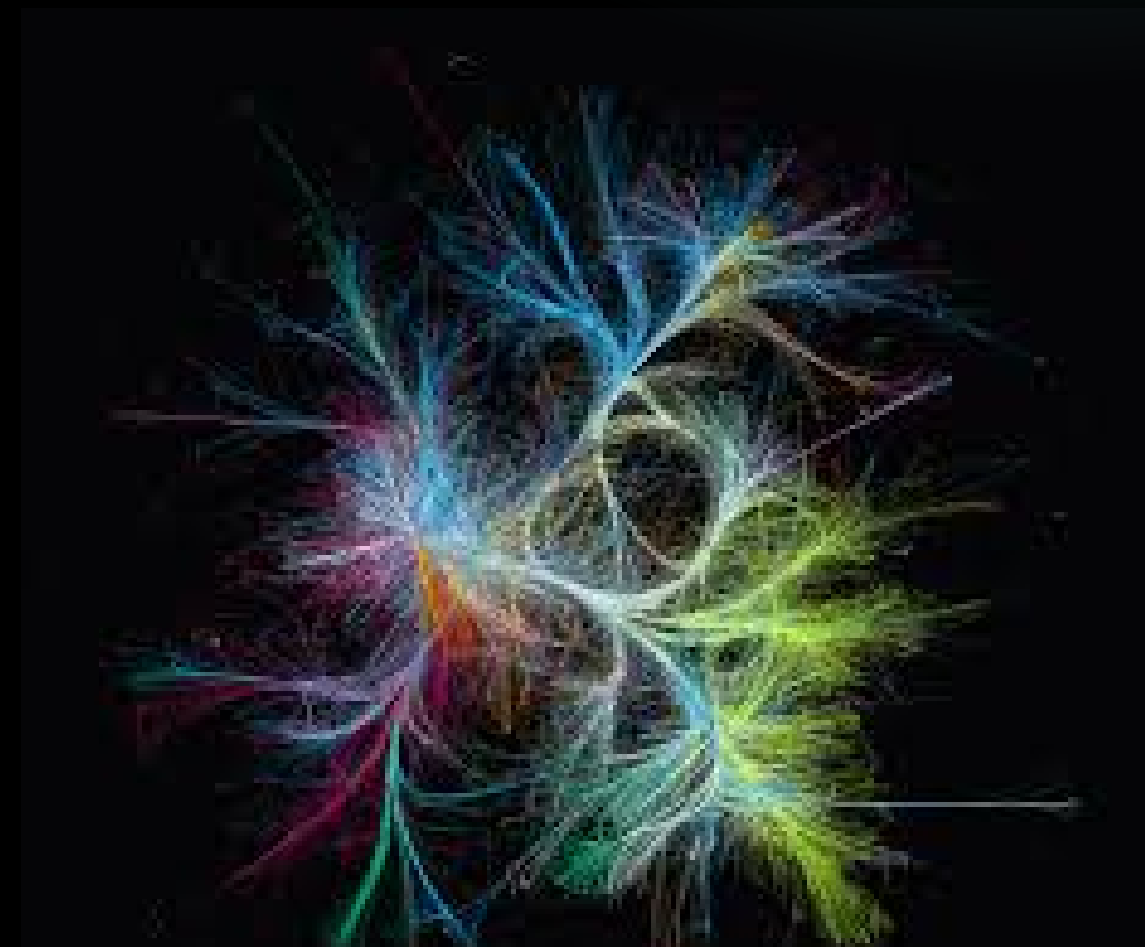
Methodology



そこで、科学者たちは、肺気腫などの肺疾患の研究にフラクタルを用いてきた。肺気腫は肺胞の壁を損傷する疾患だが、CTスキャンを用いれば、医師はフラクタル解析によって損傷部位のクラスターの大きさと分布を特徴づけ、肺気腫の進行を観察することができる。このように、過去半世紀にわたり、フラクタルは数学者をフラクタル計算やフラクタル代数といった未知の領域へと導いてきた。しかし、フラクタルは単なる数学の一分野にとどまらず、その特徴的な粗さは、科学者がカオスを視覚化し、変化するシステムの進化をモデル化するのに役立つ。エンジニアが実用的な機器の新しい設計を見つけるのにも役立ち、さらには、アーティストやミュージシャンにもインスピレーションを与えている。



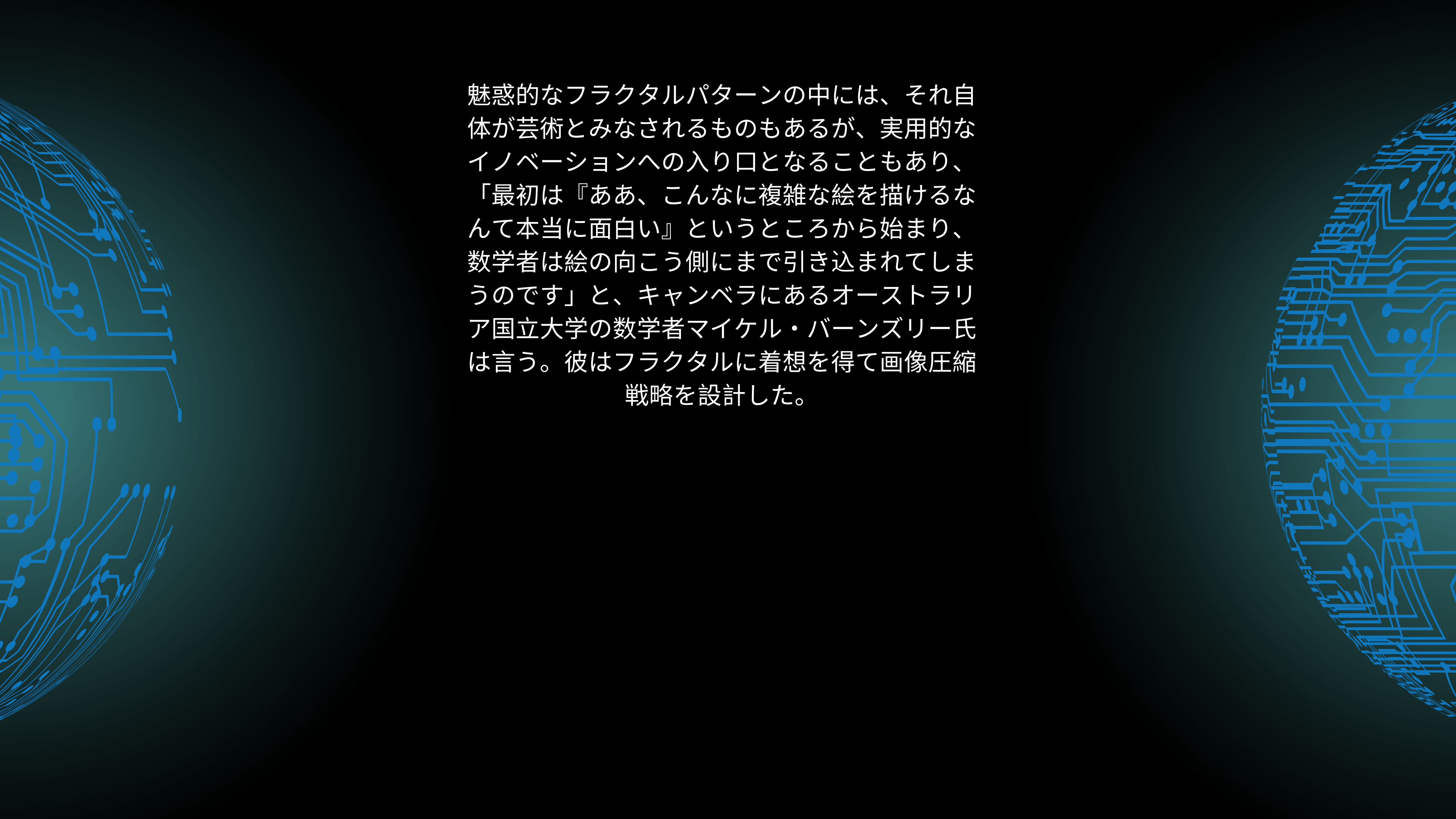
数学の世界では、マンデルブロを友人と呼び、2010年に亡くなる前に彼と最後に話をした人物でもあるラピダスが、フラクタルと数学の整数論との深いつながりを解明した。彼と他の研究者は、フラクタルを用いて、数直線上の素数の分布に関連するリーマンゼータ関数を解析した。この関数に関する主張であるリーマン予想は、数学全体の中で最も重要な未解決問題と広く考えられており、その根底にあるフラクタル構造が、将来その証明に役立つかもしれない。



Preprocessing

フラクタルは社会にも浸透していて、マンデルブロをはじめとする研究者たちは、金融市場はカオス的なフラクタル過程によってモデル化できるのではないかと長年考えていたが、これはまだ証明されていない。研究者たちは、ジャクソン・ポロックの絵画における雫の模様のフラクタル次元を測定した。ヨハン・セバスチャン・バッハの作品の中には、長短の個々の音符の組み合わせがより大きなスケールで繰り返され、より長いフレーズとより短いフレーズが生まれるなど、フラクタル的な自己表現を可能としている。





魅惑的なフラクタルパターンの中には、それ自体が芸術とみなされるものもあるが、実用的なイノベーションへの入り口となることもあり、
「最初は『ああ、こんなに複雑な絵を描けるなんて本当に面白い』というところから始まり、数学者は絵の向こう側にまで引き込まれてしまうのです」と、キャンベラにあるオーストラリア国立大学の数学者マイケル・バーンズリー氏は言う。彼はフラクタルに着想を得て画像圧縮戦略を設計した。



Evolution

円や直線といった伝統的な幾何学的形状は、自然界で目にするすべてのものを表現できるわけではありません。例えば、湖や川の縁は不規則です。米航空宇宙局（NASA）のバーンズリーは1980年代にカオス理論に興味を持ち、フラクタルを精査し始めた。カオス理論とは、単純で決定論的な出発点からランダムなプロセスがどのように発展していくかを研究する理論であるが、彼は、画像には自己相似的なディテールがしばしば含まれることに気づいた。例えば、画像のある部分では線がピクセルを横切る様子が、別のピクセルでも同じように見えることがある。

この観察から、画像の一部を縮小または拡大できる画像圧縮手法が生まれました。1990年代初頭には、マイクロソフトがこの手法を採用し始めた。フラクタルに着想を得た設計は、信号処理やデータ分析にも応用されてきた。フラクタルのような曲線を描くアンテナは、複数の周波数帯域での通信を可能にし、一部の無線機器ではわずかな面積しか占有しない。というメリットまであり、近年はデータ圧縮のために応用されるようになっている。

「私たちは、この煙霧がどのように発生するのか、その成分は何か、煙霧の発生につながる化学的・物理的経路は何か、といったさまざまな疑問を調査しています」と彼は言う。